

# Загальна інформація

## Загальне

- Вам дано 5 годин на рішення 5 задач, кожна з яких оцінюється в 100 балів.
- Ви можете зробити до 60 відправлень. Немає значення, як саме ви використаєте ці відправлення по задачах. Ви можете відправити будь-яку кількість рішень на кожну задачу, але сумарна кількість відправлень по всім задачам не має перевищувати 60.
- Обмеження на час та пам'ять знаходяться у системі тестування.
- Обмеження на час для Java та Python можуть бути більшими.
- Журі не гарантує, що існують розв'язки на повний бал на таких мовах, як Pascal, Python та Java.
- Під час олімпіади суворо забороняється використовувати інтернет, за виключенням сайту, на якому ви працюєте. Не можна використовувати будь-які переносні носії інформації.
- Результати олімпіади будуть доступні на сайті <https://oi.in.ua/> після змагання.
- Просимо залишити ваш відгук про олімпіаду після завершення тура за посиланням <http://bit.ly/uoi-obl-feedback>

## Оцінювання

Є два види оцінювання:

- «Потестове оцінювання». Кожний тест оцінюється незалежно від інших. Проходження тесту приносить певну кількість балів. Приклади оцінюються в 0 балів.
- «Блочне оцінювання». Усі тести поділені на блоки, які описані в умові задачі. Бали нараховуються лише при проходженні **всіх** тестів блоку. Якщо обмеження блока  $i$  не менші за обмеження блока  $j$ , то для нарахування балів за блок  $i$ , також потрібно, щоб пройшли всі тести блока  $j$ . В умові про це не буде сказано. Також є «нульовий блок», який складається з прикладів, він оцінюється в 0 балів. В умові про це згадувати не будуть. Зверніть увагу, що такі задачі можуть містити змінну  $g$  — номер блока. Якщо вона вам непотрібна, то вам непотрібно її використовувати.

## Питання

Ви можете ставити питання виключно через систему тестування протягом усього часу олімпіади.

## Задача А. Козак Вус і екзамен

Назва вхідного файлу: exam.in  
 Назва вихідного файлу: exam.out

Козак Вус нещодавно проходив великий екзамен (завдань більше, ніж на ЗНО!). Він вже знає, що за всі завдання, окрім останнього, він отримає в сумі  $n$  балів. Усе, що Вус запам'ятав про останнє завдання — це те, що він написав як відповідь на нього додатне число  $a$  (якщо Козак залишив бланк порожнім, то  $a = 0$ ). Після закінчення екзамену він дізнався про те, що правильною відповіддю на завдання було число  $b$ .

Згідно з правилами, оцінка Вуса визначається наступним чином:

- Якщо  $a$  і  $b$  збігаються (тобто Козак Вус відповів правильно), то до балів, що він отримав за попередні завдання, додається  $c$  балів.
- Якщо  $a \neq 0$  і  $a \neq b$  (тобто Козак не залишив відповідь порожньою, але відповів неправильно), від балів, що він отримав за попередні завдання, віднімається  $\frac{c}{4}$  (гарантується, що  $c$  ділиться на 4).
- Якщо  $a = 0$  (тобто Козак Вус залишив бланк порожнім), то за екзамен він отримає рівно стільки, скільки отримав за попередні завдання.

Зауважимо, що оцінка за екзамен не може бути менше 0. Тобто, якщо виходить, що у Козака мала б вийти від'ємна оцінка, то він отримає 0 балів.

Ваше завдання просте: скажіть Козаку, скільки він отримає за екзамен.

### Формат вхідних даних

Перший рядок містить чотири цілі числа  $n, a, b, c$  ( $0 \leq n, a \leq 1000, 1 \leq b, c \leq 1000, c$  ділиться на 4) — кількість балів, яку Вус отримав за усі завдання, окрім останнього, відповідь, яку написав Вус на останню задачу, правильна відповідь на останню задачу та коефіцієнт  $c$  відповідно.

### Формат вихідних даних

Виведіть одне число — кількість балів, яку отримає Козак Вус за екзамен.

### Приклади

exam.in	exam.out
12 3 3 16	28
4 9 8 100	0

### Примітка

У першому прикладі за всі завдання, окрім останнього, Вус отримав 12 балів. Вус відповів на останнє завдання числом 3, правильна відповідь на нього теж дорівнює 3. Оскільки Вус правильно відповів на завдання, то до його оцінки додається число  $c$ . Тож його оцінка за екзамен  $12 + 16 = 28$ .

У другому прикладі за всі завдання, окрім останнього, Вус отримав 4 бали. Вус відповів на останнє завдання числом 9, але правильна відповідь на нього дорівнює 8. Оскільки Вус неправильно відповів на завдання, то від його оцінки віднімається число  $\frac{c}{4} = \frac{100}{4} = 25$ . Тож його оцінка за екзамен мала б дорівнювати  $4 - 25 = -21$ . Але оскільки оцінка не може бути від'ємною, Вус за екзамен отримує 0.

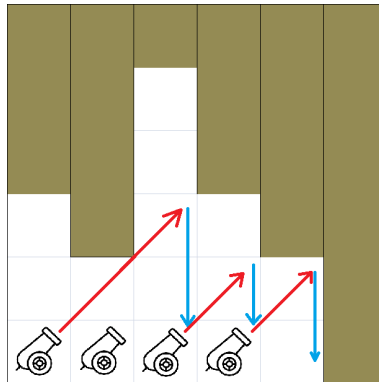
## Задача В. Козак Вус і гармата

Назва вхідного файлу: mortar.in  
 Назва вихідного файлу: mortar.out

Після того, як Козак Вус склав екзамен, він вирішив поїхати у печеру. Для того, щоб було веселіше, той вирішив використовувати гармати як транспортний засіб.

Шлях по печері має довжину  $n$  метрів і він є поділеним на  $n$  ділянок, довжиною 1 метр кожна. Ділянки пронумеровані від 1 до  $n$  у порядку їх слідування від початку шляху до його кінця. Над кожною ділянкою на певній висоті висить сталактит<sup>1</sup>. Зокрема над першою ділянкою на висоті  $a_1$ , над другою на висоті  $a_2, \dots$ , над  $n$ -ою ділянкою на висоті  $a_n$ . На умовній  $n + 1$  ділянці (тобто після шляху) стоїть стіна, яка займає увесь простір з землі до стелі (тобто усю вертикальну лінію).

На кожній з ділянок, окрім останньої, він поставив по гарматі на висоті 0. Кожна з них напрямлена вгору під кутом 45 градусів. Далі Козак Вус сідає у першу гармату і стріляє. Він летить під кутом 45 градусів вперед допоки не вріжеться в сталактит. Потім він падає вертикально вниз. Зверніть увагу, що навіть якщо Козак доторкається до кута сталактита (друга ділянка на малюнку), то він пролітає далі, тобто не падає. Нехай він упав на  $i$ -тому відрізку. Якщо  $i$  — останній відрізок (тобто,  $i = n$ ), то на цьому його розваги закінчуються. Інакше, він стрибає у гармату на  $i$ -тому відрізку і знову стріляє собою. Цей процес повторюється до тих пір, поки Козак не потрапить на  $n$ -ий відрізок.



Ілюстрація до першого прикладу (червоним позначено політ після пострілу, синім — падіння після удару об сталактит)

Скільки разів доведеться вистрілити собою Козаку Вусу?

### Формат вхідних даних

Перший рядок містить одне ціле число  $n$  ( $1 \leq n \leq 2 \cdot 10^5$ ) — довжина шляху.

Другий рядок містить  $n$  цілих чисел  $a_1, a_2, \dots, a_n$  ( $2 \leq a_i \leq 10^9$ ) — висоти, на яких знаходяться сталактити на відрізках.

### Формат вихідних даних

Виведіть єдине число — кількість пострілів, яку доведеться виконати Козаку Вусу.

### Приклади

mortar.in	mortar.out
5 3 2 5 3 2	3
8 2 3 4 5 6 7 8 9	1

<sup>1</sup>Сталактит — мінеральне утворення циліндричної або конусоподібної форми, яке звисає зі стель печер або інших порожнин, чи рукотворних споруд на кшталт мостів (з Вікіпедії).

## Задача С. Козак Вус і календар

Назва вхідного файлу: `calendar.in`  
 Назва вихідного файлу: `calendar.out`

Козак Вус потрапив у дивовижний світ. Як він з'ясував, цей світ існуватиме рівно  $n$  календарних років. Причому кожен рік складається з  $n$  місяців, а місяць під номером  $i$  триває рівно  $a_i$  днів.

Козак одразу зрозумів, що в цьому світі використовують один із наступних шести форматів календарних дат: Д.М.Р, Д.Р.М, М.Д.Р, М.Р.Д, Р.М.Д та Р.Д.М (замість букви Р пишуть номер року, замість М — номер місяця, а замість Д — день місяця). Вуса зацікавила кількість впорядкованих трійок ( $1 \leq x, y, z \leq n$ ) таких, що для будь-якого формату, календарна дата  $x.y.z$  є коректною (ця дата описує реально існуючу добу).

Наприклад, при  $n = 3$ ,  $a_1 = 2$ ,  $a_2 = 3$  і  $a_3 = 1$ , дата 2.3.1 не є коректною для формату Д.М.Р (дата описує другий день третього місяця, хоча третій місяць триває одну добу). У свою чергу, дата 1.1.1 є коректною для всіх форматів.

### Формат вхідних даних

Перший рядок містить одне ціле число  $n$  ( $1 \leq n \leq 5 \cdot 10^3$ ) — кількість місяців у календарному році, яка одночасно є і кількістю календарних років.

Другий рядок містить  $n$  цілих чисел  $a_1, a_2, \dots, a_n$  ( $1 \leq a_i \leq n$ ) — кількість днів в  $i$ -му місяці.

### Формат вихідних даних

Виведіть одне число — кількість трійок.

### Приклади

<code>calendar.in</code>	<code>calendar.out</code>
3 2 1 2	4
5 4 3 4 2 1	30

### Примітка

Пояснення до першого прикладу:

Розглянемо всі трійки:

(1, 1, 1) — підходить під всі формати.

(1, 1, 2) — підходить під всі формати.

(1, 2, 1) — підходить під всі формати.

(1, 2, 2) — не підходить під формати Р.Д.М та Р.М.Д.

(2, 1, 1) — підходить під всі формати.

(2, 1, 2) — не підходить під формати Д.Р.М та М.Р.Д.

(2, 2, 1) — не підходить під формати М.Д.Р та Д.М.Р.

(2, 2, 2) — не підходить під формати Д.Р.М, М.Д.Р, М.Р.Д, Р.Д.М, Р.М.Д та Д.М.Р.

Трійки (1, 1, 3), (1, 2, 3), (1, 3, 1), (1, 3, 2), (1, 3, 3), (2, 1, 3), (2, 2, 3), (2, 3, 1), (2, 3, 2), (2, 3, 3), (3, 1, 1), (3, 1, 2), (3, 1, 3), (3, 2, 1), (3, 2, 2), (3, 2, 3), (3, 3, 1), (3, 3, 2) та (3, 3, 3) не підходять, бо кількість днів в кожному місяці менша за 3 (серед форматів Д.Р.М, Р.Д.М та Р.М.Д буде хоча б один, під який трійка не буде підходити).

## Задача D. Козак Вус і домноження

Назва вхідного файлу: multiply.in  
 Назва вихідного файлу: multiply.out

Козак Вус досліджував дуже цікаву операцію: домноження числа на будь-який дільник. Наприклад, число 6 він може домножити на 1, 2, 3 або 6 і отримати 6, 12, 18 або 36 відповідно.

Далі він навчився робити таку операцію з масивом чисел  $a$ , який складається з  $n$  чисел. Для цього він просто кожне число масиву  $a_i$  множить на будь-який дільник  $a_i$ . Винайдену операцію він назвав «домноження масиву».

Одразу після цього Вус вирішив називати пару чисел  $(l, r)$  «гарною», якщо виконуються наступні умови:

- $1 \leq l \leq r \leq n$ .
- Можна виконати не більше  $k$  «домножень масиву» таким чином, щоб усі числа  $a_l, a_{l+1}, \dots, a_r$  стали однаковими.

Ваша ж задача — для заданого масиву знайти кількість «гарних» пар чисел. Нещодавно Козак з'ясував, що всі **прості дільники** чисел з масиву менші за 30. Нагадаємо, що **простим** називається натуральне число, яке має рівно два різних натуральних дільники.

### Формат вхідних даних

Перший рядок містить три цілі числа  $n$ ,  $k$  та  $g$  ( $1 \leq n \leq 2 \cdot 10^5$ ,  $0 \leq k \leq 100$ ,  $0 \leq g \leq 12$ ) — кількість елементів в масиві, максимальна кількість операцій «домноження масиву» та номер блоку, до якого належить тест відповідно.

Другий рядок містить  $n$  цілих чисел  $a_1, a_2, \dots, a_n$  ( $1 \leq a_i \leq 10^6$ ) — елементи масиву  $a$ . Гарантується, що немає такого числа, яке ділиться на просте число більше за 30.

### Формат вихідних даних

Виведіть одне число — кількість «гарних» пар.

### Приклади

multiply.in	multiply.out
5 1 0 6 18 12 24 54	9
10 1 0 5 15 225 135 1 4 8 8 1024 64	16

### Примітка

Пояснення до першого прикладу:

Розглянемо всі «гарні» пари:

Пари  $(1, 1)$ ,  $(2, 2)$ ,  $(3, 3)$ ,  $(4, 4)$  та  $(5, 5)$  «гарні» навіть без «домножень масиву».

- $(1, 2)$ :  $a_1$  домножуємо на 3, а  $a_2$  на 1.
- $(1, 3)$ :  $a_1$  домножуємо на 6,  $a_2$  на 2, а  $a_3$  на 3.
- $(2, 3)$ :  $a_2$  домножуємо на 2, а  $a_3$  на 3.
- $(3, 4)$ :  $a_3$  домножуємо на 4, а  $a_4$  на 2.

## Оцінювання

1. (6 балів)  $n \leq 10^3, k = 0$ .
2. (6 балів)  $n \leq 2 \cdot 10^5, k = 0$ .
3. (8 балів)  $n \leq 10^2, k = 100$ .
4. (6 балів)  $n \leq 10^3, k = 100$ .
5. (6 балів)  $n \leq 2 \cdot 10^5, k = 100$ .
6. (8 балів)  $n \leq 10^3$ , усі  $a_i = 2^{m_i}$ , де  $m_i$  — невід'ємне ціле число.
7. (7 балів)  $n \leq 2 \cdot 10^5$ , усі  $a_i = 2^{m_i}$ , де  $m_i$  — невід'ємне ціле число.
8. (5 балів)  $n \leq 10^3$ , усі  $a_i = 2^{m_i} \cdot 3^{l_i}$ , де  $m_i$  та  $l_i$  — невід'ємні цілі числа.
9. (10 балів)  $n \leq 2 \cdot 10^5$ , усі  $a_i = 2^{m_i} \cdot 3^{l_i}$ , де  $m_i$  та  $l_i$  — невід'ємні цілі числа.
10. (10 балів)  $n \leq 10^2$ .
11. (11 балів)  $n \leq 10^3$ .
12. (17 балів)  $n \leq 2 \cdot 10^5$ .

## Задача Е. Козак Вус і країна

Назва вхідного файлу: `tree.in`  
 Назва вихідного файлу: `tree.out`

Козак Вус нещодавно потрапив до дуже цікавої країни. У країні  $n$  міст, причому місто під номером 1 — **столиця** країни. Між цими містами є рівно  $n - 1$  дорога, дорога під номером  $i$  сполучає міста  $v_i$  та  $u_i$ . Також відомо, що з кожного міста можна дістатися будь-якого іншого, рухаючись лише цими дорогами.

Кожне місто є центром деякого регіону. Регіоном називають множину всіх вершин  $v$  таких, що будь-який шлях між столицею та  $v$  проходить через центр регіону (одне місто може належати декільком регіонам).

У місті під номером  $i$  проживають рівно  $a_i$  громадян, причому всі  $a_i$  **різні**. Вус дізнався, що уряд країни має право виконувати операцію «переселення» — вибрати пару міст  $x$  і  $y$  та переселити **всіх** жителів міста  $x$  в місто  $y$ , а **всіх** жителів міста  $y$  — в місто  $x$ . Наш Козак може не більше  $k$  разів попросити уряд виконати «переселення». Пару міст при «переселенні» також вибирає Вус.

Кожного дня Козак вибирає собі деяке число, яке стає його улюбленим. Якщо  $x$  — улюблене число Вуса, то він вважає регіон «гарним», якщо можна здійснити не більше  $k$  «переселень» таким чином, щоб *медіана* кількостей населення міст регіону була рівна  $x$ . Тобто, якщо виписати кількості населення міст регіону у порядку **зростання**, то значення елемента, що знаходиться посередині (*медіана*) отриманої послідовності, повинно бути рівне  $x$ . Якщо кількість міст регіону парна, то з двох елементів посередині, рівним  $x$  повинно бути значення елемента, що стоїть правіше (тобто більше). Наприклад, *медіаною* множини  $\{1, 10, 2, 8, 4\}$  є число 4, а *медіаною* множини  $\{1, 2, 10, 8\}$  є 8.

Козак буде перебувати в цій країні ще рівно  $m$  днів. Кожного ранку він буде повідомлювати своє улюблене число, а ви повинні будете сказати йому кількість «гарних» регіонів.

### Формат вхідних даних

Перший рядок містить три цілі числа  $n$ ,  $k$  та  $g$  ( $1 \leq n \leq 10^5$ ,  $0 \leq k \leq n$ ,  $0 \leq g \leq 11$ ) — кількість міст в країні, максимальну кількість «переселень» та номер блоку, до якого належить тест відповідно.

Другий рядок містить  $n$  цілих чисел  $a_1, a_2, \dots, a_n$  ( $1 \leq a_i \leq 10^9$ ), де  $a_i$  — кількість населення в місті  $i$ . Гарантується, що всі числа різні.

Кожен з наступних  $n - 1$  рядків містить по два цілі числа  $v_i$  та  $u_i$  ( $1 \leq v_i, u_i \leq n$ ) — номери міст між якими є дорога.

Наступний рядок містить одне ціле число  $m$  ( $1 \leq m \leq 10^5$ ) — кількість днів, які Козак проживатиме у цікавій країні.

Наступний рядок містить  $m$  цілих чисел  $x_1, x_2, \dots, x_m$  ( $1 \leq x_i \leq 10^9$ ), де  $x_i$  — улюблене число Вуса в день  $i$ .

### Формат вихідних даних

Виведіть  $m$  цілих чисел — кількості «гарних» регіонів у кожен з  $m$  днів.

### Приклад

tree.in	tree.out
5 1 0	3 4 5 4 3
1 3 4 2 5	
1 2	
1 3	
3 4	
3 5	
5	
1 2 3 4 5	

## Оцінювання

1. (5 балів)  $n, m \leq 10^3, k = 0$ .
2. (12 балів)  $n, m \leq 10^5, k = 0$ .
3. (5 балів)  $n, m \leq 10^3$ , між містами  $i$  та  $i + 1$  є дорога ( $1 \leq i \leq n - 1$ ).
4. (9 балів)  $n, m \leq 10^5$ , між містами  $i$  та  $i + 1$  є дорога ( $1 \leq i \leq n - 1$ ).
5. (5 балів)  $n, m \leq 10^3, k = n$ .
6. (11 балів)  $n, m \leq 10^5, k = n$ .
7. (8 балів)  $n, m \leq 10^2$ .
8. (9 балів)  $n, m \leq 10^3$ .
9. (11 балів)  $n \leq 10^5, m \leq 500$ .
10. (25 балів)  $n, m \leq 10^5$ .